

Devoir de Mathématiques : (Barycentre)

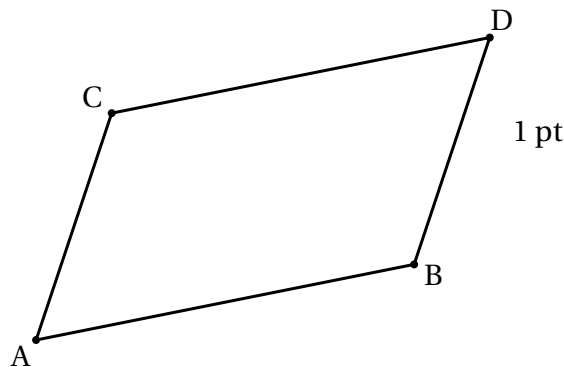
Exercice 1 Barycentre paramétré

07 Points

On considère un parallélogramme ABDC.

m étant un réel, on note G_m le barycentre de $\{(A; 2m); (B; 1 - m); (C; 2 - m)\}$.

1. Montrer que G_m existe pour tout réel m . 1 pt
2. Caractériser G_1 et le placer sur le dessin. 1 pt
3. Exprimer $\overrightarrow{AG_m}$ en fonction de m et de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} . 1,5 pt
4. En déduire que $\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{1-m}{3} \overrightarrow{AD}$ 1 pt
5. Quel est l'ensemble des points G_m lorsque m décrit \mathbb{R} ? Représenter cet ensemble sur le dessin. 1 pt
6. Construire G_0 . 0,5 pt



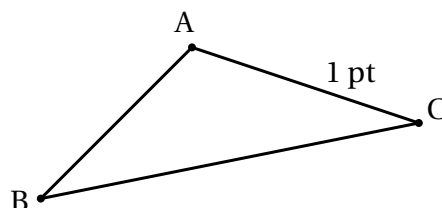
1 pt

Exercice 2 Vecteur constant et lieu géométrique

03 Points

Soit ABC un triangle.

1. Justifier qu'il existe un point G unique du plan tel que : $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. 1 pt
 Soit I le barycentre des points pondérés (B; 2) et (C; -1).
 Construire en expliquant le point I puis le point G. 2 pts
2. Soit M un point quelconque du plan.
 - a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ en fonction du vecteur \overrightarrow{MG} . 1 pt
 - b) Justifier que le vecteur $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ est un vecteur indépendant de M que l'on déterminera et que l'on exprimera le plus simplement possible (en utilisant des points déjà définis). 1 pt
3. Quel est l'ensemble (C) des points du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$? 1 pt
 Construire (C).



1 pt

Exercice 3 Isobarycentre

05 Points

Soit trois points A, B et G et le point C barycentre de (A; 1); (B; 1); (G; -3).
Montrer que G est le centre de gravité du triangle ABC.

Exercice 4 Lieu géométrique

05 Points

Déterminer les lieux géométriques suivants puis les tracer sur la figure ci-dessous :

$$\mathcal{E}_1 : \| 5\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} \| = 2 AB \quad \mathcal{E}_2 : \| 4\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM} \| = 7 AM \quad \mathcal{E}_3 : \| \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM} \| = 4 BM.$$

