CORRIGÉ
ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 :

1. Montrons que m est négatif.
   $m = 1 - 2\sqrt{3}$; $1 > 0$ et $2\sqrt{3} > 0$; $1^2 = 1$ et $(2\sqrt{3})^2 = 12$; 1<12 nous avons alors $1 < 2\sqrt{3}$ et puis $1 - 2\sqrt{3} < 0$.
   Donc m est négatif .
2. Calculons m^2 puis déduisons que p et m sont opposés.
   $m^2 = (1 - 2\sqrt{3})^2 = 1 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 1 \times 2\ \sqrt{3} = 1 + 12 - 4\sqrt{3}$. $m^2 = 13 - 4\sqrt{3}$.
   $p = \sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(m^2)} = |m|$ et puisque m est négatif, $p = |m| = -m$.
   p et m sont alors opposés .
3. Encadrement de m à 10^{-2} près :
   Nous avons $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, ce qui donne en multipliant par -2 : $1,732 \times -2 > -2 \times \sqrt{3} > 1,733 \times -2$, puis en ajoutant 1 et en effectuant les calculs : $1 + 1,732 \times -2 > 1 + -2 \times \sqrt{3} > 1 + 1,733 \times -2$ puis $-2,464 > 1 - 2\sqrt{3} > -2,466$.
   En inversant les inégalités et en arrondissant, la relation donne :
   $-2,466 < \underbrace{1 - 2\sqrt{3}}_{m} < -2,464$ puis
   $-2,47 < m < -2,46$.
4. Montrons que $p \times q = 11$:
   $p \times q = (\sqrt{13 - 4\sqrt{3}}) \times (\sqrt{13 + 4\sqrt{3}}) = \sqrt{(13 - 4\sqrt{3}) \times (13 + 4\sqrt{3})}$
   $p \times q = \sqrt{(13)^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{169 - 48} = \sqrt{121} = 11$
   $p \times q = 11$

Exercice 2 :

1. Montrons qu'il y a 50 lutteurs dans cette écurie.
   Pourcentage d'une modalité (p) $= \dfrac{\text{effectif de la modalité (n)}}{\text{effectif total(N)}} \times 100$,
   donc, (N) $= \dfrac{\text{n} \times 100}{\text{p}} = \dfrac{6 \times 100}{12} = 50$. N = 50
2. Montrons que le nombre de lutteurs dans la classe est $[110\,;\,125[$ est 5.
   Dans un diagramme circulaire,
   l'angle $(\widehat{a})$ d'une modalité $= \dfrac{\text{effectif de la modalité (n)}}{\text{effectif total(N)}} \times 360°$.
   Donc n $= \dfrac{\text{angle de la modalité (n)} \times \text{effectif total(N)}}{360°}$,
   n $= \dfrac{\widehat{a} \times \text{(N)}}{360°} = \dfrac{36 \times 50}{360} = 5$. n = 5
3. Vérifions que la classe $[125\,;\,140[$ compte 15 lutteurs.
   fréquence d'une modalité (f) $= \dfrac{\text{effectif de la modalité (n)}}{\text{effectif total(N)}} \times 100$
   donc $n = f \times N = 50 \times 0,3 = 15$. n = 15
4. Montrons qu'il y a 6 lutteurs dans la classe $[140\,;\,155[$.
   Le nombre total de lutteurs dans les classes $[140;155[$ et $[80;95[$ est : $50 - (6 + 5 + 15) = 24$
   Or l'effectif de la classe $[80;95[$ est trois fois celui de la classe $[140;155[$.
   L'effectif de la classe $[140;155[$ est donc $\frac{24}{4} = 6$. n = 6
   Et celui de la classe $[80;95[$ est : $24 - 6 = 18$. n = 18
5. Tableau des effectifs cumulés croissants :

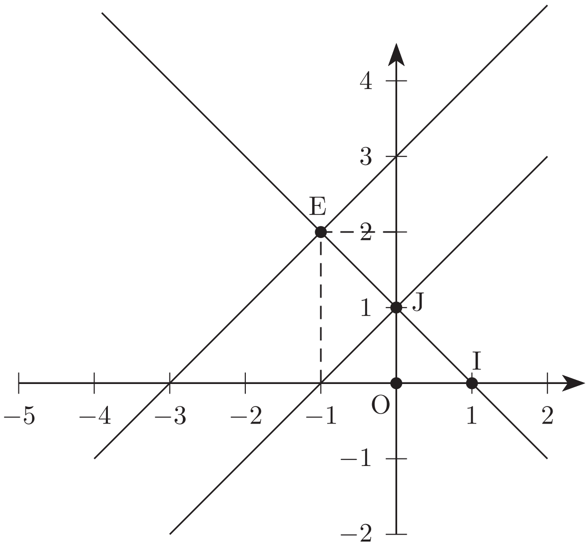
Classes de poids en KG	$[80;95[$	$[95;110[$	$[110;125[$	$[125;140[$	$[140;155[$
Effectifs	18	6	5	15	6
Effectifs cumulés croissants	18	24	29	44	50

La médiane est la classe qui contient l'effectif cumulé croissant qui correspond à la moitié de l'effectif total.
Donc$[110;125[$ est la classe médiane.

ACTIVITÉS GÉOMÉRIQUES

Exercice 3 :

1. Figure :



Démontrons que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.
$(D_1) : y = -x + 1$ et $(D_2) : x - y + 3 = 0$; le produit des coefficients directeurs des équations des deux droites, écrites sous la forme affine donne $(-1) \times (1) = -1$.
Les droites (D_1) et (D_2) sont alors perpendiculaires.

2. b) Justifions que $J(0\ ;\ 1) \in (D_1)$.
$(D_1) : y = -x + 1$, si $x = 0$, on aura : $y = 0 + 1 = 1$
Donc $J(0\ ;\ 1) \in (D_1)$.

c) Coordonnées du point d'intersection de (D_1) et (D_2) :
Les coordonnées du point E, point d'intersection des droites (D_1) et (D_2) sont solutions du système formé par l'équation des droites (D_1) et (D_2).
$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = \ \ x + 3 \end{cases}$, ce qui donne $\begin{cases} x + y = 1 \\ -x + y = 3 \end{cases}$
$\overline{\quad 0 + 2y = 4 \quad}$
Ce qui donne $y = \dfrac{4}{2} = 2$; $x = 1 - 2 = -1$.
Donc $\mathrm{E}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

d) Calcul de la distance EJ :
$\mathrm{EJ} = \sqrt{(0+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$; $\mathrm{EJ} = \sqrt{2}$.

e) Déterminons une équation de la droite D_3.
$(D_3) \| (D_2)$ alors ils ont même coefficient : $a = 1$.
(D_3) passe par le point $J(0\ ;\ 1)$ l'ordonnée à l'origine est donc 1 : $b = 1$.
L'équation de la droite (D_3) est donc $(D)_3 : y = x + 1$.

f) Position relative des droites (D_1) et (D_3) :
$\left.\begin{array}{l} (D_1) \perp (D_2) \\ \\ (D_3) \| (D_2) \end{array}\right\}$ $(D_3) \perp (D_1$. Si deux droites sont perpendiculaires, toute parallè à l'une est perpendiculaire à l'autre. D'où $(D_3) \perp (D_1)$.

Exercice 4 :

1. Justifions que le triangle NRM est rectangle.
Le segment [MN] est diamètre du cercle circonscrit au triangle MNR. Donc MNR est un triangle rectangle en R.

2. Calcul de la distance MN.
MNR est un triangle rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore, on a : $\mathrm{MN}^2 = \mathrm{MR}^2 + \mathrm{NR}^2$
$\mathrm{MN}^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ alors $\mathrm{MN} = \sqrt{100} = 10$. MN = 10 cm

3. Calcul de tan $\widehat{\mathrm{RMN}}$.
$\tan \widehat{\mathrm{RMN}} = \dfrac{\mathrm{NR}}{\mathrm{MR}} = \dfrac{6}{8} = 0,75$. $\tan \widehat{\mathrm{RMN}} = 0,75$

4. Démontrons que I est le milieu de [MS].
MSR est un triangle, Q est le milieu de [RS],
$\left.\begin{array}{l}(MR)\perp(NR)\\ (PQ)\perp(NR)\end{array}\right\} (MR)\|(PQ)$. D'après le théorème de la droite des milieux,I est le milieu du segment [MS].

5. Montrons que NQ = 9 cm.
NMR et NPQ sont deux triangles qui ont en commun le point N, les supports des côtés [MR] et [PQ] sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{\mathrm{NQ}}{\mathrm{NR}} = \dfrac{\mathrm{NP}}{\mathrm{MN}}$
$$\mathrm{NQ} = \frac{\mathrm{NP} \times \mathrm{NR}}{\mathrm{MN}} = \frac{(\mathrm{MN} + \frac{1}{2}\mathrm{MN}) \times \mathrm{NR}}{\mathrm{MN}} = \frac{\frac{3}{2}\cancel{MN} \times \mathrm{NR}}{\cancel{MN}} = \frac{3}{2}\,\mathrm{NR}$$
$\mathrm{NQ} = \dfrac{3}{2} \times 6 = \dfrac{18}{2} = 9$ NQ = 9 cm

6. Démontrons que la droites (OR) et (MS) sont parallèle :
Les triangles NRM et NSM sont en situation du théorème de Thalès. D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{\mathrm{NS}}{\mathrm{NR}} = \dfrac{\mathrm{NM}}{\mathrm{NO}}$
Ce qui donne $\mathrm{NS} = \dfrac{\mathrm{NM} \times \mathrm{NR}}{\mathrm{NO}} = \dfrac{10 \times 6}{5} = \dfrac{60}{5} = 12$. NS = 12 cm
Les points N, R et Q sont alignés d'une part ; et N, O et M alignés d'autre part.
$\dfrac{\mathrm{NR}}{\mathrm{NS}} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{\mathrm{NO}}{\mathrm{NM}} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$
Nous avons alors
$\dfrac{\mathrm{NR}}{\mathrm{NS}} = \dfrac{\mathrm{NO}}{\mathrm{MN}} = \dfrac{1}{2}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (OR) et (MS) sont parallèles.